Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап, 2019/2020 учебный год
7 класс

1. Написали в строчку подряд (без запятых) первые 12 простых чисел. Вычеркнули 8 цифр так, чтобы получилось наибольшее возможное число. Какое число получилось?

2. Собираясь в школу, Миша нашел под подушкой, под диваном, на столе и под столом всё необходимое: тетрадь, шпаргалку, плеер и кроссовки. Под столом он нашел не тетрадь и не плеер. Мишины шпаргалки никогда не валяются на полу. Плеера не оказалось ни на столе, ни под диваном. Что где лежало, если в каждом из мест находился только один предмет? Ответ объясните.

3. Высота комнаты 3 метра. При её ремонте выяснилось, что на каждую стену уходит краски больше, чем на пол. Может ли пол этой комнаты быть больше, чем 10 квадратных метров?

4. Мама купила коробку кускового сахара (сахар в кубиках). Дети сначала съели верхний слой – 77 кубиков, затем боковой слой – 55 кубиков, наконец, передний слой. Сколько кубиков сахара осталось в коробке?

5. У Саши есть 4 медных советских монеты – по одной номиналом 1, 2, 3 и 5 копеек. Он узнал такой факт: эти монеты должны весить ровно столько граммов, каков их номинал. Саша хочет проверить этот факт с помощью чашечных весов. Сможет ли он это сделать, если у него одна гирька в 9 граммов?

Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап, 2019/2020 учебный год
8 класс

1. Произведение двух натуральных чисел, каждое из которых не делится на 10, равно 2020. Найдите все возможные значения суммы этих чисел.

2. Три прыжка двухголового дракона равны пяти прыжкам трехголового. Но за то время, когда двухголовый дракон делает четыре прыжка, трехголовый делает семь прыжков. Кто из них бежит быстрее? Ответ обоснуйте.

3. В треугольнике ABC медиана BM в два раза меньше стороны AB и образует с ней угол $40°$. Найдите угол ABC.

4. Три пирата вечером поделили добытые за день бриллианты: по двенадцать досталось Биллу и Сэму, а остальные Джону, который считать не умел. Ночью Билл у Сэма, Сэм у Джона, а Джон у Билла украли по одному бриллианту. В результате средняя масса бриллиантов у Билла уменьшилась на один карат, у Сэма уменьшилась на два карата, зато у Джона увеличилась на четыре карата. Сколько бриллиантов досталось Джону?

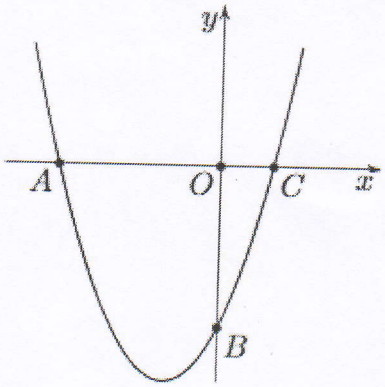
5. На доске написаны числа 1, 2, 3, …, 99. Петя и Вася играют, начинает Петя. Каждым ходом надо стереть три числа с суммой 150. Кто не может сделать ход, проиграл. Кто из игроков может выиграть, как бы ни играл соперник?

Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап, 2019/2020 учебный год
9 класс

1. Купец купил в Пскове несколько мешков соли и продал их в Москве с прибылью в 100 рублей. На все вырученные деньги он снова купил в Пскове соль (по псковской цене) и продал в Москве (по московской цене). На этот раз прибыль составила 120 рублей. Сколько денег он потратил на первую покупку?

2. Дано 7 натуральных чисел. Из семи всевозможных сумм по шесть чисел всего шесть различных: 67, 68, 69, 70, 71, 73. Найдите исходные числа.

3. На рисунке изображен график функции $y = x^2 + ax + b$. Известно, что прямая AB перпендикулярна прямой $y = x$. Найдите длину отрезка OC.



4. В равнобедренный треугольник ABC $(AB = BC)$ вписана окружность с центром O, которая касается стороны AB в точке E. На продолжении стороны AC за точку A выбрана точка D так, что $AD = \frac{1}{2}AC$. Докажите, что прямые DE и AO параллельны.

5. На столе лежит 2001 монета. Петя и Вася играют в следующую игру: ходят по очереди, начинает Петя, он за каждый свой ход может взять со стола любое нечетное число монет от 1 до 99, Вася за каждый свой ход может взять любое четное число монет от 2 до 100. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап, 2019/2020 учебный год
10 класс

1. Докажите, что для любых x выполняется неравенство: $(x-1)(x-3)(x-4)(x-6)+10>0$.

2. Дано 9 натуральных чисел. Из девяти всевозможных сумм по восемь чисел всего восемь различных: 96, 97, 98, 99, 100, 101, 103, 105. Найдите исходные числа.

3. Дан треугольник ABC. Точка P – центр вписанной окружности. Найдите угол B, если известно, что $R_{ABC}=R_{APC}$, где R_{ABC}, R_{APC} – радиусы описанных окружностей треугольников ABC и APC соответственно.

4. Существует ли возрастающая геометрическая прогрессия, у которой первые100 членов – целые числа, а все остальные члены не являются целыми?

5. Из шахматной доски вырезали две клетки – черную и белую. Докажите, что независимо от положения вырезанных клеток оставшуюся часть можно полностью покрыть костяшками домино (каждая из костяшек покрывает две соседние клетки доски, причем по одному разу).

Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап, 2019/2020 учебный год
11 класс

1. Дано 11 натуральных чисел. Из одиннадцати всевозможных сумм по десять чисел всего десять различных: 102, 103, 104, 105, 106, 108, 109, 111, 113, 114. Найдите исходные числа.

2. При каких значениях параметра a уравнение
$\cos^4 2x - 2(a+2)\cos^2 2x - (2a+5) = 0$ имеет хотя бы одно решение?

3. Пусть AL – биссектриса остроугольного треугольника ABC, а ω – описанная около него окружность. Обозначим через P точку пересечения продолжения высоты BH треугольника ABC с окружностью ω. Докажите, что если $\angle BLA = \angle BAC$, то $BP=CP$.

4. Сравните числа $\sqrt[2019]{2019!}$ и $\sqrt[2020]{2020!}$.

5. В турнире участвовали 50 шахматистов. В некоторый момент турнира была сыграна 61 партия, причем каждый участник сыграл либо две партии, либо три (и никто не играл друг с другом дважды). Могло ли оказаться так, что никакие два шахматиста, сыгравшие по три партии, не играли между собой?